BACCALAUREAT GENERAL SERIE ES - SESSION BLANCHE DE FEVRIER 2016

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE DE L'EPREUVE : 3H
CALCULATRICE AUTORISEE

Tous les candidats traiteront obligatoirement les exercices 1, 2 et 4. L'exercice 3 sera traité selon si le candidat suit l'enseignement de spécialité des mathématiques ou non. Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le barème est donné à titre indicatif et pourra être modifié. Ce sujet comporte 6 pages numérotées qu'il convient de vérifier.

EXERCICE 1 -(5 POINTS) - OBLIGATOIRE POUR TOUS LES CANDIDATS

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des dix questions, quatre réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte. ***Indiquer sur la copie*** *le numéro de la question et la réponse jugée correcte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte 0,5 point, une mauvaise réponse ou une absence de réponse ne rapporte ni ne retire aucun point.* **Utiliser uniquement votre copie pour répondre.**

1. L'égalité $ln[exp(x)] = x$ où exp désigne la fonction exponentielle : $x \rightarrow e^x$:
   a) est vraie pour x = 0,5 b) est vraie pour tout réel x.
   c) n'est jamais vraie. d) n'est vraie que pour tout réel x supérieur ou égal à 1

2. L'égalité $exp[ln(x)] = x$ est vraie pour tout réel x appartenant à :
   a) [0 ; $+\infty$[b) $\mathbb{R}$ c)]0 ; $+\infty$[d) [-1 ; $+\infty$[

3. On lance une pièce de monnaie équilibrée quatre fois de suite. La probabilité d'obtenir au moins une fois pile est :
   a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{15}{16}$ c) $\frac{1}{16}$ d) $\frac{1}{8}$

4. Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, d'expression : $f(x) = 3e^{2x} - x + 1$.
   Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0 est :
   a) $y = 2x + 4$ b) $y = 6x + 4$ c) $y = 5x + 4$ d) $y = 5x - 4$

5. On considère l'inéquation : $\ln(3 - x) \leqslant 0$. Elle admet pour ensemble de solutions :
   a)]0 : 3] b) [2 ; 3 [c) [2 ; + ∞[d)]0 ; 2]

6. :$\int_0^x te^{t^2}dt$ est égal à
   a) $e^{x^2} - 1$ b) $e^{x^2} - e$ c) $\frac{x^2e^{x^2}}{2}$ d) $\frac{1}{2}(e^{x^2} - 1)$

7. F est la primitive de la fonction f définie sur]0 ; $+\infty$[par f$(x) = 1/x$ telle que F(1) = -1. On a alors :
   a) F(e)=1 b) F(e)=$\frac{1}{e}$ c) F(e^2)=2 d) F(e)=0

8. Soit h la fonction définie et dérivable sur]0 ; $+\infty$[d'expression : $h(x) = 2\ln(x) - x$.
   Soit h' la fonction dérivée de h sur]0 ; $+\infty$[. Alors l'expression de h' est :
   a) $h'(x) = \frac{2-x}{x}$ b) $h'(x) = \frac{2}{x} - x$ c) $h'(x) = \frac{1}{x} - 1$ d) $h'(x) = \frac{2}{x} + 1$

9. La suite u définie par u_0=2 et $u_{n+1} = 3u_n + 5$ est
   a) telle que u_4 = 362 b) arithmétique c) géométrique d) décroissante

10. Pour tout nombre réel $a>0$, $\ln(a^2 + 3a)$ est égal à
   a) $\ln(a^2) + \ln(3a)$ b) $\ln(a^2) \times \ln(3a)$ c) $2\ln(a) + \ln(3)$ d) $\ln(a) + \ln(3 + a)$

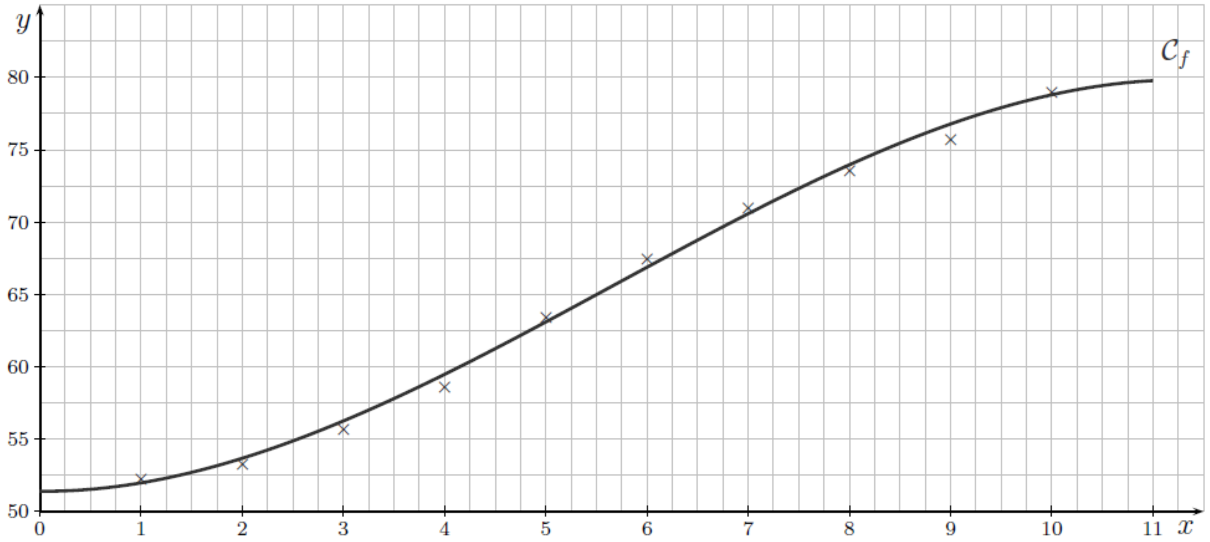
EXERCICE 2 – (5 POINTS) – OBLIGATOIRE POUR TOUS LES CANDIDATS

Le tableau ci-dessous représente l'évolution du taux d'endettement des ménages, en pourcentage du revenu disponible brut, en France de 2001 à 2010.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Taux d'endettement y_i	52,2	53,2	55,6	58,6	63,4	67,4	70,9	73,5	75,7	78,9

Source : INSEE

Une estimation de l'évolution du taux d'endettement des ménages est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 11]$ par : $f(x) = -0{,}04\,x^3 + 0{,}68\,x^2 - 0{,}06\,x + 51{,}4$ où x est le nombre d'années écoulées depuis 2000.
Ainsi, le taux d'endettement des ménages en % à la fin du premier semestre 2002 est estimé par $f(2{,}5)$.



Partie A

① (a) **Calculer le pourcentage d'augmentation du taux d'endettement entre 2001 et 2006**

(b) Calculer la valeur estimée du taux d'endettement des ménages en 2009.

(c) Calculer le pourcentage d'erreur par rapport au taux réel d'endettement des ménages en 2009.

② (a) Calculer $f'(x)$ dresser le tableau de variations de f.

(b) Calculer $f''(x)$ et déterminer les intervalles sur lesquels f est convexe ou concave.

(c) Montrer que $\mathcal{C}_f$ admet un point d'inflexion et déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ en ce point.

(d) En déduire la position relative de cette tangente avec $\mathcal{C}$.

③ *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Le rythme de croissance instantané du taux d'endettement est assimilé à la dérivée de la fonction f.

Au cours de quelle année, le rythme de croissance du taux d'endettement a-t-il commencé à diminuer ?

Partie B

1°) Déterminer une primitive F de la fonction *f*

2°) En déduire la valeur de l'intégrale I = $\int_0^{10} f(x)dx$ puis donner une interprétation graphique de I.

3°) En rappelant la formule, déterminer la valeur moyenne du taux d'endettement *f(x)* sur [0 ;10]

EXERCICE 3 - (5 POINTS)POUR CEUX QUI ONT SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE
Les deux parties sont indépendantes

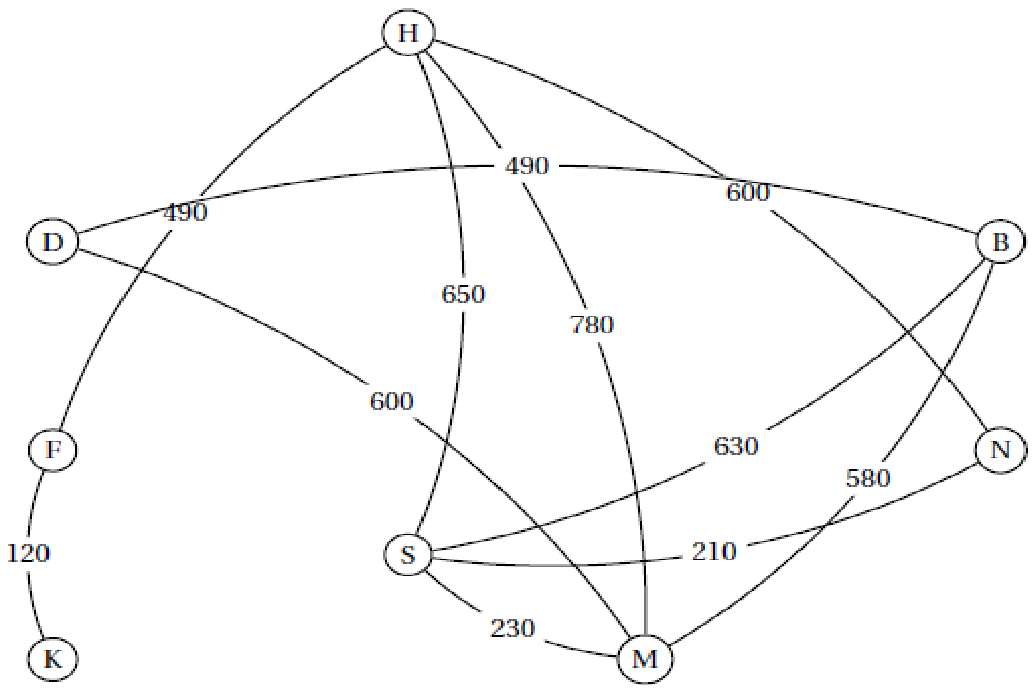
Partie A :

Soit la fonction *f*définie sur [-10 ;10] par $f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$

Déterminer les réels a,b,c, d sachant que la courbe Cf de la fonction f contient les points $A(-2 ; 35)$; $B(-1 ; 7)$; $C(1 ;5)$ et $D(2 ;7)$. On pourra chercher un système et le résoudre matriciellement avec la calculatrice.

Partie B :

1. À l'occasion de la coupe du monde de football 2006 en Allemagne, une agence touristique organise des voyages en car à travers les différentes villes où se joueront les matchs d'une équipe nationale.
Les routes empruntées par les cars sont représentées par le graphe ci-dessous.
Le long de chaque arête figure la distance en kilomètres séparant les villes.
Les lettres B, D, F, H, K, M, N et S représentent les villes Berlin, Dortmnd, Francfort, Hambourg, Kaiserslautern, Munich, Nuremberg et Stuttgart.

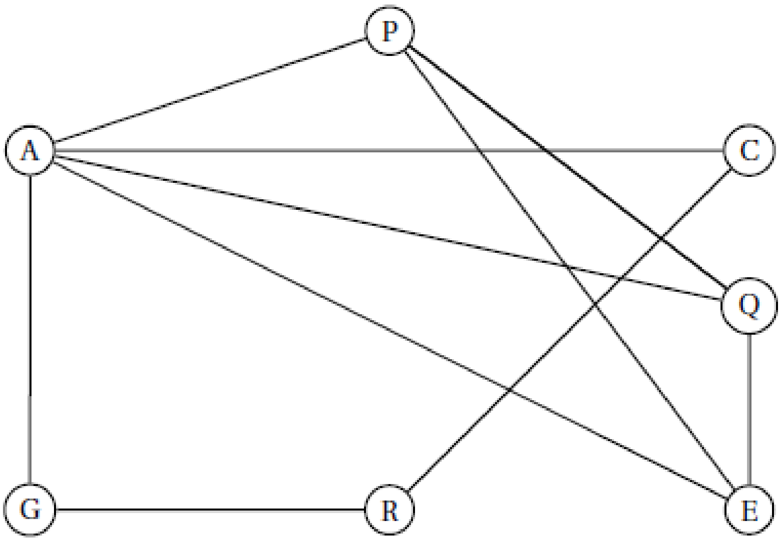


En précisant la méthode utilisée, déterminer le plus court chemin possible pour aller de Kaiserslautern à Berlin en utilisant les cars de cette agence.

2. Pour des raisons de sécurité, les supporters de certaines équipes nationales participant à la coupe du monde de football en 2006 ne peuvent être logés dans le même hôtel.

L'objectif de cette question consiste à rechercher une répartition des supporters afin d'utiliser le minimum d'hôtels.

On donne ci-dessous le graphe d'incompatibilité entre les supporters de différentes équipes : par exemple, un supporter de l'équipe A ne peut être logé avec un supporter de l'équipe P



a. Déterminer le nombre chromatique de ce graphe en justifiant la valeur trouvée.

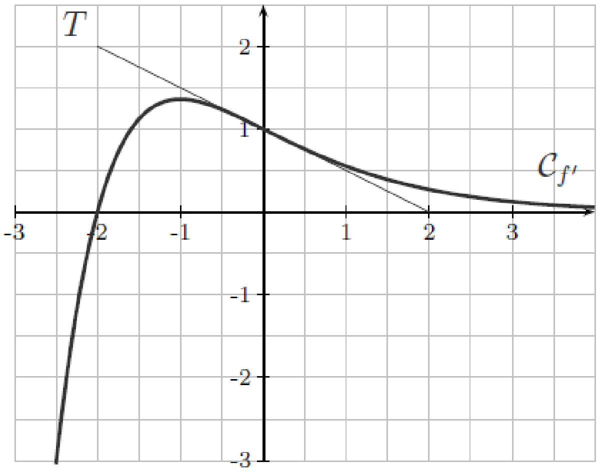
b. Proposer une répartition des supporters par hôtel en utilisant un nombre minimum d'hôtels.

EXERCICE 3 – (5 POINTS) – POUR CEUX QUI N'ONT PAS SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE

Soit f une fonction deux fois dérivable sur $[-2{,}5\,;\,4]$. On note f' sa dérivée et f'' sa dérivée seconde.

La courbe représentative de **la fonction dérivée** notée $\mathcal{C}_{f'}$ est donnée ci dessous.

La droite T est tangente à la courbe $\mathcal{C}_{f'}$ au point d'abscisse 0.



① Par lecture graphique :

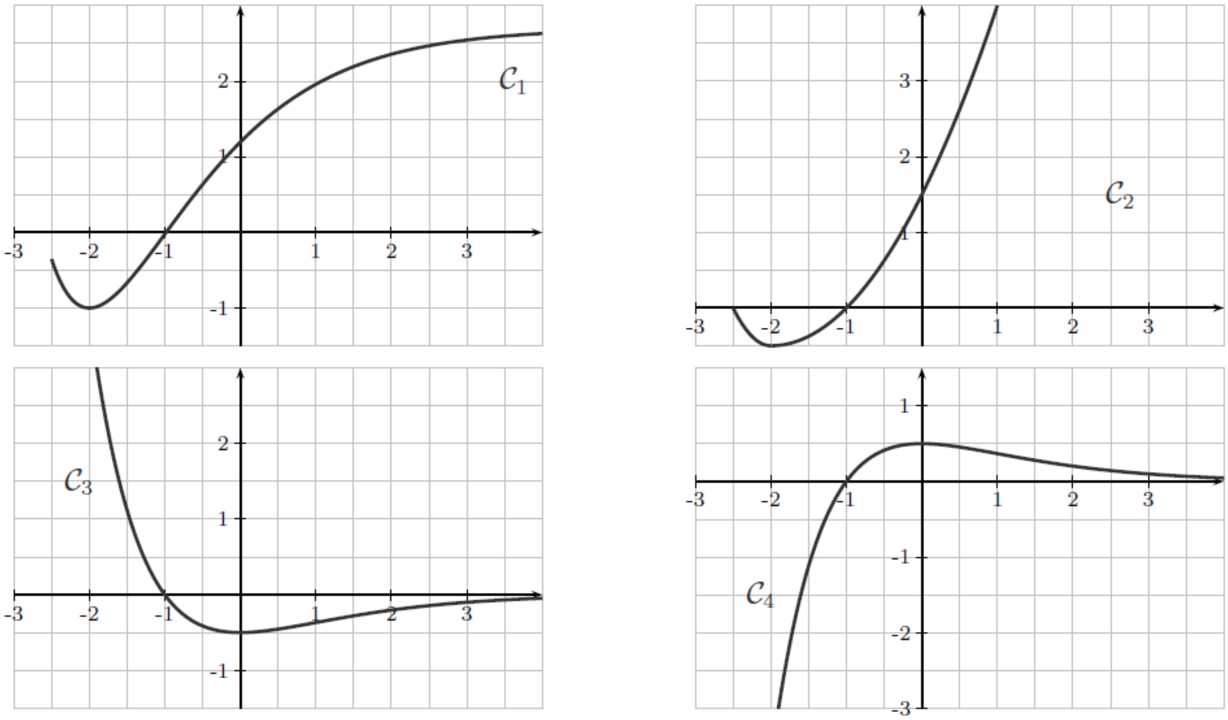
(a) Résoudre $f'(x) = 0$. En déduire le tableau de variations de f.

(b) Donner le tableau de variations de f' et en déduire le tableau de signes de $f''(x)$.

(c) Sur quel intervalle f est-elle convexe ? concave ?

(d) Déterminer $f''(0)$.

② Une des quatre courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ et $\mathcal{C}_4$ ci-dessous est la courbe représentative de la fonction f et une autre la courbe représentative de la dérivée seconde f''.



(a) Déterminer la courbe qui représente f et celle qui représente la dérivée seconde f''.

(b) La courbe représentative de la fonction f admet-elle un point d'inflexion ? Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f en ce point.

EXERCICE 4 – (5 POINTS) – OBLIGATOIRE POUR TOUS LES CANDIDATS

Une enquête a été réalisée auprès de français s'étant rendus à Londres pour des raisons touristiques.
Cette enquête révèle que, pour se rendre dans la capitale anglaise,
30 % de ces touristes ont utilisé l'avion,
50 % ont utilisé le train passant par le tunnel sous la Manche
et les autres touristes ont traversé la Manche par bateau.
Sur l'ensemble de tous les touristes interrogés, 40 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine.
Parmi les touristes interrogés ayant utilisé l'avion, 20 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine et parmi ceux qui ont choisi le train, 60 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine.
On interroge au hasard un touriste ayant répondu à l'enquête. On suppose que chaque touriste avait la même probabilité d'être choisi.
On note :

- A l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en avion ».
- T l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en train ».
- B l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en bateau ».
- S l'évènement « Le touriste interrogé est resté en Angleterre plus d'une semaine ».

1. Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau pour se rendre en Angleterre.
2. a. Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement $A \cap S$.
   b. Déterminer les probabilités $p(A \cap S)$ et $p(T \cap S)$. (On pourra utiliser un arbre pondéré).
3. Montrer que $P(B \cap S) = 0,04$.
4. Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau sachant qu'il est resté plus d'une semaine en Angleterre.

5. On interroge au hasard 3 touristes ayant répondu à l'enquête de façon indépendante. On suppose que le nombre de personnes ayant répondu à l'enquête est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard à un tirage avec remise.
   Déterminer la probabilité que parmi ces trois touristes se trouve un seul touriste étant resté en Angleterre plus d'une semaine.

--oOo--